

第六章 哈密顿力学

2025 年 12 月 11 日星期四

8. 自由落体运动的哈密顿函数为

$$H(x, p) = \frac{1}{2m}p^2 - mgx$$

当 k 取何值时，无穷小变换

$$\Delta t = 0, \quad \Delta x = \epsilon kp, \quad \Delta p = \epsilon$$

是相空间的准对称变换？写出诺特守恒量。

9. 三维谐振子系统的哈密顿函数为

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\vec{x}^2$$

已知二次型力学量

$$G(\vec{x}, \vec{p}) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i,j=1}^3 \left\{ \frac{1}{2} A_{ij} p_i p_j + \frac{1}{2} B_{ij} x_i x_j + C_{ij} x_i p_j \right\}$$

是守恒量，即： $dG/dt = 0$ ，其中的系数矩阵 A, B, C 是常数，且 A, B 是对称矩阵。

(1) 利用泊松定理判断：这三个系数矩阵必须满足什么条件？

(2) 由上面的结论知， G 是一些基本守恒量的线性组合（线性空间的基矢量），这些线性无关的基本守恒量有几个？分别是哪些？