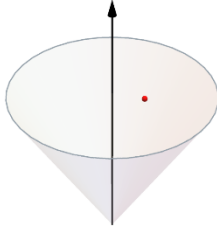


第六章 哈密顿力学

2025 年 12 月 9 日星期二

以下两题，选做其一：



5. 一个质点在重力作用下沿光滑圆锥面内运动。锥面竖直放置，锥顶朝下，锥面的半顶角为 α 。以锥顶为原点，向上为 z -轴方向，记质点绕 z -轴的转角为 θ 。

- (1) 写出系统的哈密顿函数 $H(z, \theta, p_z, p_\theta)$ 以及哈密顿方程。
- (2) 利用劳斯变换消去拉氏函数中的循环坐标，写出等效拉氏量 L_{eff} 。
- (3) 利用求得的等效拉氏量写出拉氏方程。

6. 平面振子在直角坐标系的拉氏函数为

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$$

取极坐标系 (r, θ) ,

- (1) 利用劳斯变换消去循环坐标，求等效拉氏量 $L_{\text{eff}}(r, \dot{r})$ 。
- (2) 求径向运动的平衡位置 a 。
- (3) 求在平衡位置 $r = a$ 附近的微振动频率。
- (4) 与直角坐标系的振动频率对比，两者是否相同？

7. 设快子在给定的电磁外场中运动，写出系统的哈密顿函数和正则方程。