

第六章 哈密顿力学

2025 年 12 月 4 日星期四

1. 相对论粒子的拉氏函数是

$$L(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}) = -\sqrt{1 - \dot{\vec{x}}^2} - q[\phi(t, \vec{x}) - \vec{A}(t, \vec{x}) \cdot \dot{\vec{x}}]$$

- (1) 检验拉氏函数是否奇异。
(2) 作勒让德变换，求出哈密顿函数 $H(t, \vec{x}, \vec{p})$ 。

以下三题，选做其二：

2. 以向上为极轴，在球坐标下的写出球面摆的哈密顿量和哈密顿方程。在这个坐标系下，球面摆系统有哪些首次积分？

3. 光线在自聚焦光纤中传播时，已知在柱坐标系下的正则函数为

$$H(r, \theta, z, p_r, p_\theta, p_z) = \frac{1}{2n_0^2(1 - \alpha^2 r^2)} \left(p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} + p_z^2 \right)$$

- (1) 该系统有哪些首次积分？
(2) 求拉格朗日函数。

4. 质量为 m ，电荷为 q 的带电粒子，在电磁场

$$\vec{E} = \frac{E_0}{r} \vec{e}_r, \quad \vec{B} = B_0 \vec{e}_z$$

中运动，其中 (r, θ, z) 为柱坐标。写出系统的哈密顿函数和正则方程。