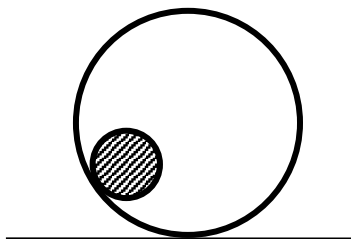


第五章 微振动

2025 年 11 月 25 日星期二

以下两题，选做其一：

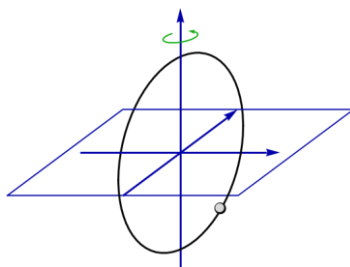
1. 一个半径为 R 、质量为 M 的均质圆筒水平放置在粗糙的地面上作无滑滚动。在圆筒内再放入一个质量为 m 、半径为 r 的圆柱体。圆柱体的轴向和圆筒的轴向平行，沿圆筒内表面作无滑滚动。



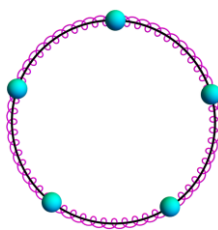
(1) 选取合适的广义坐标，给出系统的运动方程。

(2) 设 $m = 4M = 4$ 千克， $r = \frac{1}{2}R = 0.5$ 米，如果系统作小振动，其简正频率是多少？

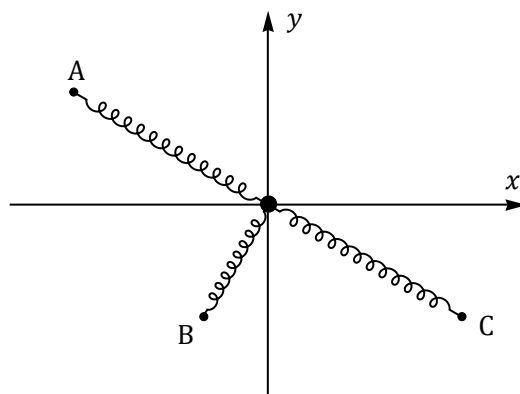
2. 圆环在垂直平面内，绕通过圆心的垂直轴匀速旋转。圆环上穿有一个珠子，能在环上无阻滑动。求珠子的平衡位置和微振动频率。



3. 质量 m 的 5 个小球，穿在半径 a 的光滑圆环上运动。小球之间用弹性系数 k 的轻弹簧连接。求系统的自然频率和简正模式。



4. 如图所示，一个质量为 m 的粒子，通过三根自然长度分别为 $\sqrt{3}$ 、1和 $\sqrt{3}$ 的轻弹簧，分别拴在 xy -平面内的三个固定点 A、B 和 C 上。



弹簧的弹性系数都是 k ，三个固定点的坐标分别是

$$A: \left(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad B: \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad C: \left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

设 xy -平面是光滑的水平面，且粒子不会脱离此平面。

- (1) 写出系统的拉格朗日函数。
- (2) 坐标原点显然是稳定平衡点。当粒子在平衡点附近作微振动时，求系统的自然频率和模态矩阵。