

## 第四章 对称性和守恒量

2025 年 11 月 20 日星期四

9. 在 1+1 闵氏时空中，一个亚光速粒子受到最小耦合电磁作用。

- (1) 写出拉氏函数。
- (2) 写出运动方程。
- (3) 此模型中是否含有与速度成正比的作用力？

10. 电荷 $q$ 、质量 $m$ 的粒子在静电磁场中运动。采用柱坐标系 $(r, \theta, z)$ ，设电场为

$$\vec{E} = \frac{a}{r} \vec{e}_R$$

磁场为

$$\vec{B} = B \vec{e}_z$$

- (1) 写出电磁场的四矢势 $(\phi, \vec{A})$ 。
- (2) 写出拉氏函数和运动方程。

11. 利用相对论运动方程

$$m[\gamma \vec{a} + \gamma^3 (\vec{v} \cdot \vec{a}) \vec{v}] = \vec{F}$$

- (1) 求解加速度 $\vec{a}$ 。提示：可以利用 Cayley-Hamilton 定理。
- (2) 记力 $\vec{F}$ 与加速度 $\vec{a}$ 的夹角为 $\theta_F$ ，请给出函数关系

$$\theta_F = \theta_F(\vec{F}, \vec{v})$$

- (3) 加速度与作用力是否平行？求垂直于 $\vec{F}$ 方向的加速度 $\vec{a}_\perp$ 。