

第三章 变分法与最小作用量原理

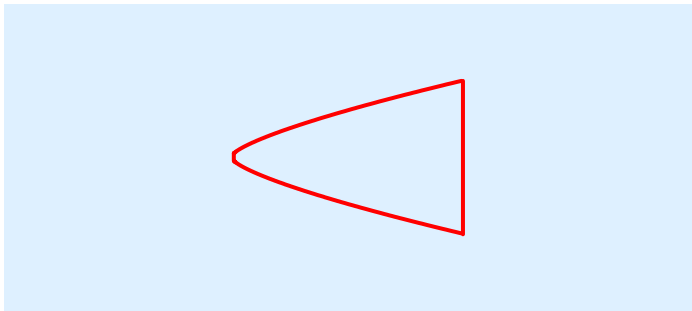
2025 年 10 月 23 日星期四

1. 牛顿最小阻力体

1685 年，牛顿研究了物体在不可压缩流体中的运动。物体的表面被设计成旋转曲面，同时出于装载货物之类的考虑，旋转体的长度取定为 L ，尾部半径为 R 。假设物体相对于流体以匀速 u 运动，现需要确定阻力最小的物体形状。

假设流体粒子在与表面作弹性碰撞后被弹开，忽略粘滞力和尾流阻力之类的影响。阻力将只与物体的几何形状有关。

求物体受到的阻力 F 与旋转曲面的母线 $y = y(x)$ 之间的关系 $F = F[y]$ 。



2. 求泛函

$$\Phi[f] = \left\{ \int_0^1 f(\sqrt{x}) dx \right\} \left\{ \int_0^1 (f(x) + 1)^2 dx \right\}$$

的变分 $\delta\Phi$ 。